1.44 V ortonormálnej súradnicovej sústave v rovine sú dané body $A[-1, 1]$, $B[2, 2]$, $C[1, 5]$. Nech umiestením vektora $\boldsymbol{a}$ je orientovaná úsečka $\boldsymbol{AB}$, vektora $\boldsymbol{b}$ orientovaná úsečka $\boldsymbol{AC}$. Zostrojte umiestnenie $\boldsymbol{AV}$ vektora $\boldsymbol{v}$, ak

a) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ b) $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{a}$ c) $\boldsymbol{v} = \frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

d) $\boldsymbol{v} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$ e) $\boldsymbol{v} = 0\boldsymbol{b}$ f) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a} + \frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

1.45 Daný je kváder $ABCDEFGH$. Určte súčet vektorov $\boldsymbol{BC} + \boldsymbol{AE} + \boldsymbol{FA} + \boldsymbol{CF} + \boldsymbol{HG}$.

1.46 Daný je trojuholník ABC. Stredy strán AB, BC, AC označte postupne písmenami K, L, M a ťažisko trojuholníka písmenom T. V každom z nasledujúcich prípadov nájdite také číslo k, aby platilo:

a) $\boldsymbol{AB} = k \cdot \boldsymbol{ML}$ b) $\boldsymbol{AC} = k \cdot \boldsymbol{LK}$ c) $\boldsymbol{KT} = k \cdot \boldsymbol{KC}$
d) $\boldsymbol{LM} = k \cdot \boldsymbol{AB}$ e) $\boldsymbol{LT} = k \cdot \boldsymbol{TA}$ f) $\boldsymbol{KT} = k \cdot \boldsymbol{CK}$

1.47 Nenulový vektor $\boldsymbol{a}$ je lineárnou kombináciou nenulových vektorov $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$. Vyplýva z toho, že vektor $\boldsymbol{v}$ je lineárnou kombináciou vektorov $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{u}$? Svoje tvrdenie odôvodnite.

1.48 Upravte algebricky nasledujúce vyjadrenie vektora $\boldsymbol{v}$ pomocou vektorov $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$:
$\boldsymbol{v} = 4(\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b} - 0{,}5\boldsymbol{c}) - 3(-2\boldsymbol{a} + 4\boldsymbol{b} - \boldsymbol{c}) - 5(2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} + 0{,}4\boldsymbol{c})$

1.49 Daný je trojuholník ABC, kde $A[3, 2, -1]$, $B[1, -4, 0]$, $C[-1, 2, 6]$. Vypočítajte súradnice vektorov $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{AC}$, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{BC}$ a súradnice ťažiska trojuholníka ABC.

1.50 Rozhodnite, či vektor $\boldsymbol{w}$ je lineárnou kombináciou vektorov $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, ak platí

a) $\boldsymbol{w} = [0, 6, 3]$, $\boldsymbol{u} = [2, 0, 1]$, $\boldsymbol{v} = [-1, 3, 2]$
b) $\boldsymbol{w} = [2, -1, 1]$, $\boldsymbol{u} = [3, 1, 3]$, $\boldsymbol{v} = [1, 1, 2]$
c) $\boldsymbol{w} = [-1, 1, 2]$, $\boldsymbol{u} = [1, 5, 2]$, $\boldsymbol{v} = [1, 2, 0]$

1.51 Dané sú vektory $\boldsymbol{a} = [1, 0, -3]$, $\boldsymbol{b} = [2, -4, 3]$, $\boldsymbol{c} = [-5, 3, -2]$. Určte súradnice vektora

a) $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$, b) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, c) $\boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b} - \boldsymbol{c}$

1.52 Dané sú vektory $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{CD}$, pričom $A[-3, 2, 0]$, $B[4, -1, 5]$, $C[1, -2, 3]$, $D[4, 0, -3]$. Určte súradnice vektora

a) $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{u}$ b) $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}$ c) $2\boldsymbol{u} - 3\boldsymbol{v}$

1.53 Dané sú vektory $\boldsymbol{u} = -2\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$, pričom $\boldsymbol{i} = [1, 0]$, $\boldsymbol{j} = [0, 1]$.

a) Určte súradnice vektora $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{u} - 3\boldsymbol{v}$.
b) Vyjadrite vektor $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$ pomocou vektorov $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$.

1.54 Dané sú vektory $\boldsymbol{b} = [1, -2, -5]$, $\boldsymbol{c} = [2, -7, 1]$, $\boldsymbol{d} = [3, -9, 2]$. Určte súradnice vektora $\boldsymbol{a}$, ak platí:

a) $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c} = 3\boldsymbol{d}$, b) $2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{c} - \boldsymbol{d}$.

1.55 Zistite, či daná trojica bodov leží na priamke

a) $A[-3, 2]$, $B[-7, -4]$, $C[-1, 5]$
b) $A[3, -2, 4]$, $B[7, 0, -2]$, $C[1, -3, 7]$
c) $A[7, -1, 3]$, $B[5, 2, 2]$, $C[1, 8, 1]$

1.56 Dané sú body $K[3, 2, -4]$, $L[3, 6, -5]$, $M[-4, -1, 0]$. Vypočítajte súradnice bodu N, ak platí

a) $\boldsymbol{MN} = \boldsymbol{KL} = \boldsymbol{u}$ b) $\boldsymbol{KL} = \boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{MN} = -2\boldsymbol{u}$

1.57 Dané sú body $A[4, -3, 2]$, $B[5, 0, -1]$. Určte čísla m, n tak, aby bod $C[2, m, n]$ ležal na priamke AB.

1.58 Daný je štvorsten $A[0, -2, 1]$, $B[3, 2, -1]$, $C[-1, 4, 2]$, $D[1, 1, 4]$. Označte E stred hrany BC a F stred hrany BD. Vyjadrite vektory $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{AE}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{AF}$, $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{CF}$ ako lineárnu kombináciu vektorov $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{AC}$, $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{AD}$ a určte tiež súradnice vektorov $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$.

1.59 Orientované úsečky $\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{CD}$, $\boldsymbol{EF}$ určujú tri posunutia v rovine. Zložte dané posunutia a vo výslednom posunutí určte polohu bodu O, ak $O[0\,\mathrm{m}, 0\,\mathrm{m}]$, $A[5\,\mathrm{m}, 1\,\mathrm{m}]$, $B[3\,\mathrm{m}, 4\,\mathrm{m}]$, $C[7\,\mathrm{m}, 2\,\mathrm{m}]$, $D[1\,\mathrm{m}, 5\,\mathrm{m}]$, $E[2\,\mathrm{m}, 6\,\mathrm{m}]$, $F[5\,\mathrm{m}, 8\,\mathrm{m}]$.

1.60 Predpokladajme, že začiatok O súradnicovej sústavy je v ťažisku telesa, ktoré sa výbuchom rozdelilo na tri časti s hmotnosťami 5 kg, 3 kg, 4 kg. Vektory rýchlostí prvých dvoch častí sú znázornené úsečkami $\boldsymbol{OA}$, $\boldsymbol{OB}$, pričom $A[3\,\mathrm{m}, 2\,\mathrm{m}]$, $B[-3\,\mathrm{m}, 4\,\mathrm{m}]$. Sústavu považujte za izolovanú a určte súradnice koncového bodu